
Série 00 (Notions élémentaires)

Ex-00-01:

Factoriser chaque expression.

1) $4x^2 - 25$

3) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

5) $3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2}$

2) $2x^2 + 5x - 12$

4) $x^2 + 27x$

6) $x^3y - 4xy$

Ex-00-02: Simplifier les expressions rationnelles suivantes.

1) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$

3) $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x + 1}{x + 2}$

4) $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$

2) $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{2x + 1}$

Ex-00-03: Dans chaque cas, effectuer la division polynomiale de $P(x)$ par $Q(x)$. S'il y a un reste, le donner explicitement.

1) $P(x) = x^2 + 5x - 6, Q(x) = x - 1$

3) $P(x) = x^5 - 5x^2 - x + 3, Q(x) = x^2 + 1$

2) $P(x) = x^3 + 1, Q(x) = x + 1$

4) $P(x) = x + 1, Q(x) = x^2 + 1$

Ex-00-04: Rendre le dénominateur rationnel et simplifier.

1) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} - 2}$

2) $\frac{h}{\sqrt{9 + h} + 3}$

Ex-00-05: Simplifier les expressions, où $a, b > 0$ et $p, q \in \mathbb{R}^*$.

1) $(ab)^p b^{q-p}$

5) $(a^{\frac{p}{q}} b)^q$

9) $a^q b^p \frac{a^p + b^q}{(\frac{1}{a})^p + (\frac{1}{b})^q}$

2) $\frac{a^p}{b^{-q}}$

6) $(a^{\frac{1}{q}} b^{\frac{1}{p}})^{pq}$

3) $\frac{b^q}{a^{-p}}$

7) $\sqrt{a^{2p}} b^q$

4) $(ab^{\frac{q}{p}})^p$

8) $((\frac{1}{a})^q + (\frac{1}{b})^p)^{\frac{a^p(ab)^q}{1 + \frac{a^q}{b^p}}}$

10) $a^q b^p ((a^{\frac{1}{q} - \frac{1}{p}} b^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}})^p)^q$

Ex-00-06: Existe-t-il un triangle rectangle d'aire $A = 7$ et de périmètre $P = 12$?

Ex-00-07: Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x}$

4) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

7) $(x+1)(x+6) = 1$

2) $x^2 - x - 12 = 0$

5) $3|x-4| = 10$

3) $2x^2 + 4x + 1 = 0$

6) $\frac{2x}{\sqrt{4-x}} = 3\sqrt{4-x}$

8) $||x-1| - 3| = 1$

Ex-00-08: Résoudre chaque inégalité, et exprimer son ensemble solution sous forme d'intervalles.

-
- 1) $-4 < 5 - 3x \leq 17$ 3) $x(x-1)(x+2) > 0$ 5) $\frac{2x-3}{x+1} \leq 1$
 2) $x^2 < 2x + 8$ 4) $|x-4| < 3$ 6) $|x^2 - 1| \leq 1$

Ex-00-09: Compléter le carré dans les expressions suivantes :

- 1) $x^2 + x + 1$
 2) $2x^2 - 12x + 11$

Ex-00-10: Résoudre chacune des inéquations ci-dessous :

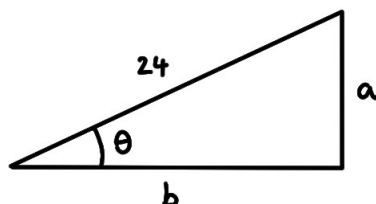
- 1) $\sqrt{x+6} \leq x$
 2) $(\sqrt{x+6})^2 \leq x^2$
 3) $\sqrt{(x+6)^2} \leq x^2$

Ex-00-11: Effectuer les conversions suivantes :

- 1) De radians en degrés : $\alpha = \frac{5\pi}{6}\text{rad}$, $\beta = 2\text{rad}$.
 2) De degrés en radians : $\mu = 300^\circ$, $\nu = -18^\circ$.

Ex-00-12: Calculer la longueur de l'arc d'un cercle de 12 centimètres de rayon sous-tendu par un angle au centre de 30° .

Ex-00-13: Dans le triangle ci-dessous, exprimer a et b en termes de θ .



Ex-00-14: Associer une valeur exacte à chacune des expressions suivantes.

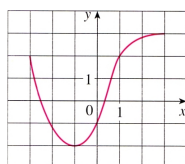
- 1) $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ 3) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$
 2) $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right)$ 4) $2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Ex-00-15: Calculer $\sin(x+y)$, sachant que $\sin(x) = \frac{1}{3}$, $\cos(y) = \frac{4}{5}$, et que $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$.

Ex-00-16: Démontrer les identités suivantes.

- 1) $\tan(\theta)\sin(\theta) + \cos(\theta) = \frac{1}{\cos(\theta)}$
 2) $\frac{2\tan(x)}{1+\tan(x)^2} = \sin(2x)$
 3) $\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$

Ex-00-17: La figure ci-dessous montre le graphe d'une fonction f .



- 1) Que vaut $f(-1)$?
- 2) Que vaut $f(2)$?
- 3) Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = 2$?
- 4) Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = 0$?
- 5) Déterminer le domaine de définition et l'ensemble image de f .

Ex-00-18: Déterminer le domaine de définition des fonctions ci-dessous

- 1) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$
- 2) $g(x) = \frac{x^{1/3}}{x^2+1}$
- 3) $h(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$
- 4) $i(x) = \frac{1}{|x|+x}$

Ex-00-19: Esquisser à la main (sans l'aide d'une calculatrice) les graphes suivants.

- | | | |
|----------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $y = x^3$ | 4) $y = 4 - x^2$ | 7) $y = -2^x$ |
| 2) $y = (x+1)^3$ | 5) $y = \sqrt{x}$ | |
| 3) $y = (x-2)^3 + 3$ | 6) $y = 2\sqrt{x}$ | 8) $y = 1 + x^{-1}$ |

Ex-00-20: Soit

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{si } x \leq 0, \\ 2x + 1, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Calculer $f(-2)$ et $f(1)$, puis esquisser le graphe de f .

Ex-00-21: Soient $f(x) = x^2 + 2x - 1$ et $g(x) = 2x - 3$. Exprimer explicitement chacune des fonctions suivantes.

- 1) $f \circ g$
- 2) $g \circ f$
- 3) $g \circ g \circ g$

Ex-00-22: Soit $a, b > 0$ et $p, q \in \mathbb{R}$. Simplifier les expressions suivantes.

- 1) $\exp(p \log(a) + q \log(b))$
- 2) $\exp(p(\log(a) - \log(b)) + \log(b)(p+q))$
- 3) $\exp(p \log(ab^{-1}) + \log(b^{p+q}))$
- 4) $\exp(q \log(\frac{b}{a}) + \log(a^q) + p \log(a))$

Ex-00-23: Pour chaque fonction f définie sur l'intervalle I , trouver le domaine de définition de la fonction réciproque f^{-1} et esquisser les graphes de f et f^{-1} . *Rem. :* Tous les domaines I sont choisis en sorte que la fonction réciproque existe.

1) $f(x) = \sin(x)$ sur $I = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

2) $f(x) = \cos(x)$ sur $I = [0, \pi]$

3) $f(x) = \tan(x)$ sur $I = \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

4) $f(x) = e^x$ sur $I = \mathbb{R}$

Ex-00-24: Simplifier les expressions ci-dessous.

1) $\cos(2 \arccos x)$

2) $\cos(2 \arcsin x)$

3) $\sin(2 \arccos x)$

4) $\cos(2 \arctan x)$

5) $\sin(2 \arctan x)$

6) $\tan(2 \arcsin x)$

Ex-00-25: Déterminer les ensembles de définition des fonctions suivantes.

1) $\arccos x - \arcsin x$

2) $\arccos(2x)$

3) $\tan(\arcsin x)$

4) $\arccos\left(\frac{2-x^2}{1+x^2}\right)$